61 Pages

215 S.P

نظري + بديهيات

تحريك

- تحريك الجسيمات المادية.
- المبادئ العامة لتحريك الجسيم المادي
- الحركة النسبية لجسيم مادي
- المبادئ العامة في تحريك الجملة المادية
- معادلات حركة الأجسام الصلبة في الحركة المستوية
- الاتزان التحريكي لجملة مادية

❖ملاحظات لحل المسائل.

هندسة الميكانيك العام

السنة الثانية

#VivaRBCs

فريق الكريات الحمراء التطوعي

RBCs HAMAK

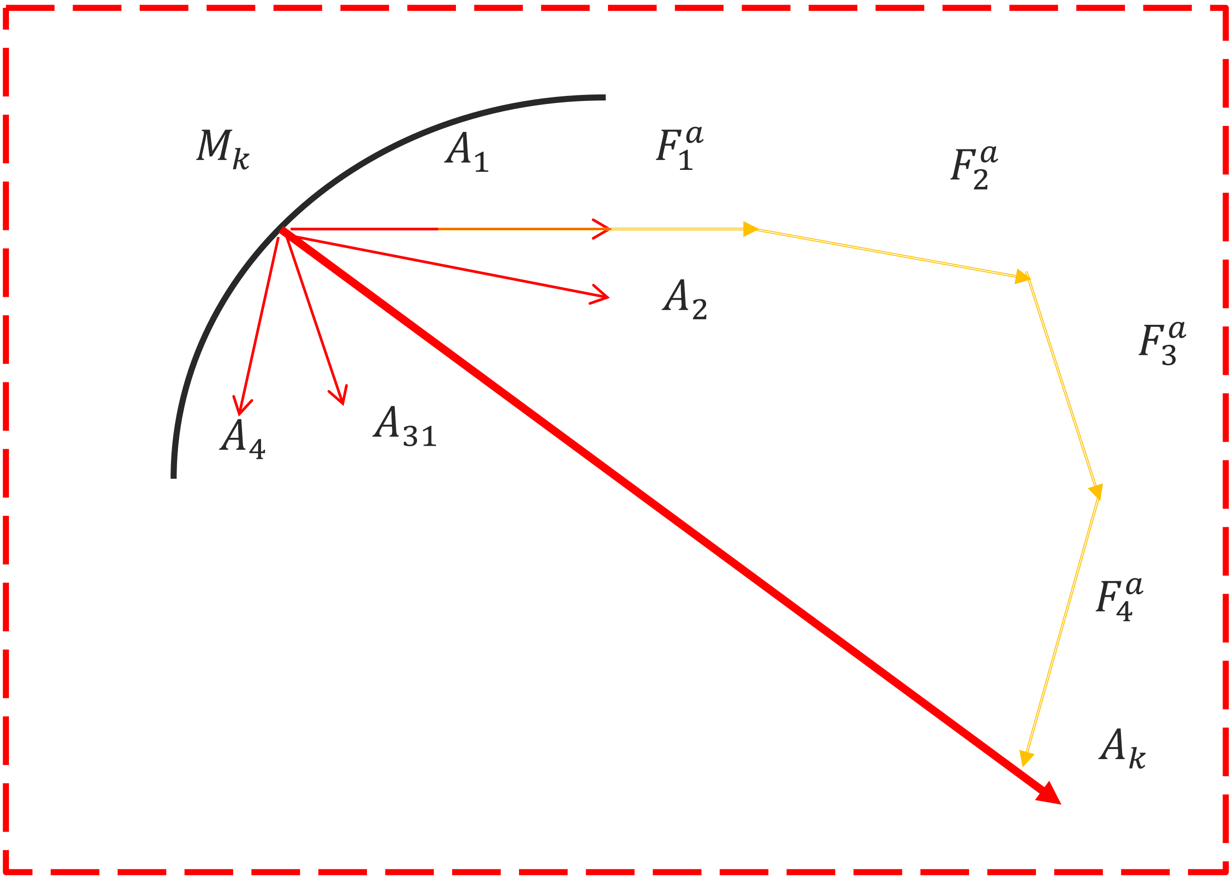
الفصل الأول : تحريك الجسيمات المادية

اكتب العلاقة الأساسية لتحريك الجسيم المادي الحر ، واذكر نصها ومتى تستخدم في حل المسائل ؟

$$m_k * \vec{A}_K = \vec{F}_k^a$$

تسارع الجسيم المادي A_k يتناسب مع القوة الفاعلة المؤثرة عليها وينطبق على حامل هذه القوة , وعامل التناسب هو كتلة الجسيم المادي.

نتيجة 1 : العلاقة صحيحة لحظة تأثير القوة
نتيجة 2 : في حال أثرت على الجملة من القوى المتلاقية في الجسيم المادي
كان التسارع الحاصل على الجسيم المادي هو المجموع الهندسي للتسارعات التي تولدها كل قوة من القوى الفاعلة فيه منفردة.



تستخدم في حل المسائل العامة لتحريك الجسيم المادي وهي على نوعين :

- النوع الأول : هو أن يكون تسارع الجسيم معلوماً , و المطلوب إيجاد القوة اللازمة لتوليد الحركة المعطاة.

- النوع الثاني : هو أن تكون القوة معطاة , إضافة للشروط الابتدائية للحركة والمطلوب إيجاد معادلة حركة الجسيم.

اكتب العلاقة الأساسية لتحريك الجسيم المادي المقيد ، واذكر نصها متى تستخدم في حل المسائل ؟

$$m_k * \vec{A}_k = \Sigma \vec{F}_k^a + \vec{N}_k$$

- المجموع الهندسي للقوى الفاعلة المؤثرة على الجسم المادي مضافاً لها رد قوة الاتصال للجسيم ويساوي إلى متجهه التسارع للجسيم المادي بـ كتلة الجسيم المادي.

النوع الأول : أن تكون محصلة القوى الفاعلة المؤثرة على جسيم المادي , ومعادلة حركته معطاة , والمطلوب إيجاد رد الفعل. (محصلة القوى + معادلة الحركة)

النوع الثاني : أن تكون محصلة القوى الفاعلة المؤثرة على الجسيم المادي , ورد فعل القيد معطاة , ويكون المطلوب إيجاد حركة الجسيم المادي. (محصلة القوى + رد الفعل)

نحن في سباق مع الزمن .. إما أن نقتل

التخلف أو يقتلنا التاريخ

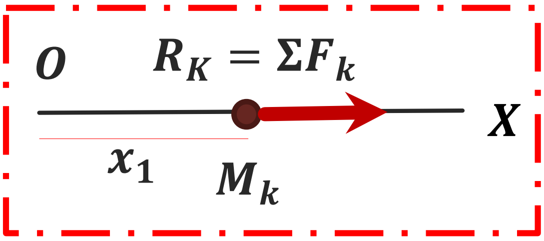
حركة الجسيم المادي الحر على خط مستقيم

اكتب العلاقة بالشكل العام للمعادلة التفاضلية ، واذكر حلها العام

$$m_k * \ddot{x_k} = f(V_k, x_K, t)$$

الشكل العام للمعادلة التفاضلية من المرتبة الثانية للحركة المستقيمة للجسيم المادي والحل العام يحتوي على ثابتي المكاملة المضاعفة ويتم تعينهم من الشروط الابتدائية للحركة.

$$x_k = f(t, c_1, c_2)$$



حركة الجسيم المادي الحر على خط منحني

اكتب المعادلات التفاضلية لحركة الجسيم المادي الحر على مسار منحني

من المعادلة الأساسية للتحريك $m_k \vec{A}_k = \Sigma \vec{F}_k^a$ عندما تكون القوة الفاعلة في هذه الحالة متغيرة في المنحى أو المقدار فإنه يستحسن استعمال طريقة ماك لوران

$$m_k(A_k x\vec{i} + A_k y\vec{j} + A_k z\vec{k}) = \Sigma(F_k x\vec{i} + F_k y\vec{j} + F_k z\vec{k})$$

$$m_k . A_{k_x} = \Sigma F_{k_x} \quad \Rightarrow \quad m_k \ddot{x}_k$$

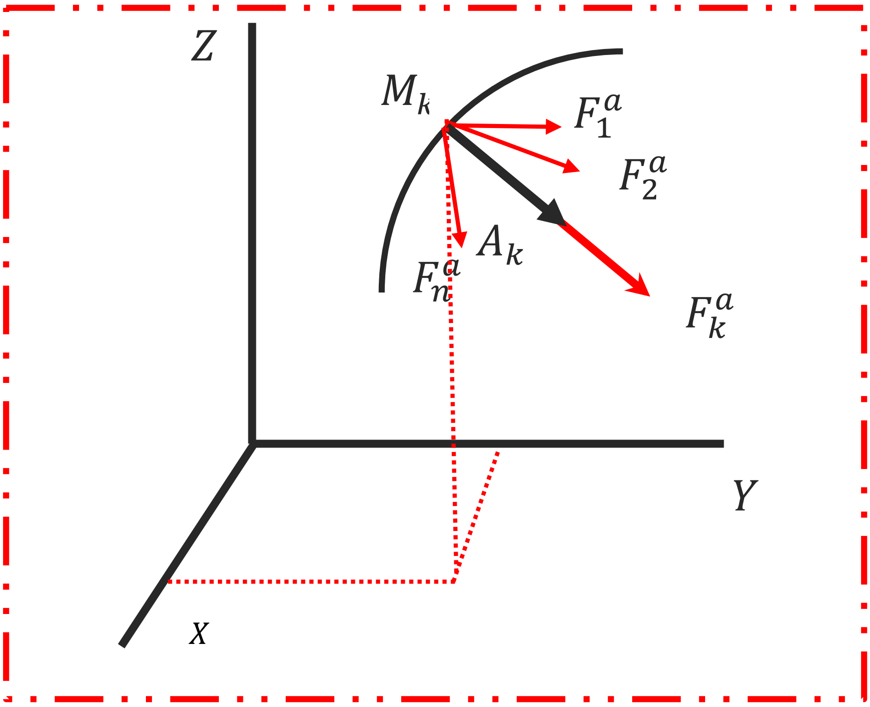
$$m_k . A_{k_y} = \Sigma F_{k_y} \quad \Rightarrow \quad m_k \ddot{y}_k$$

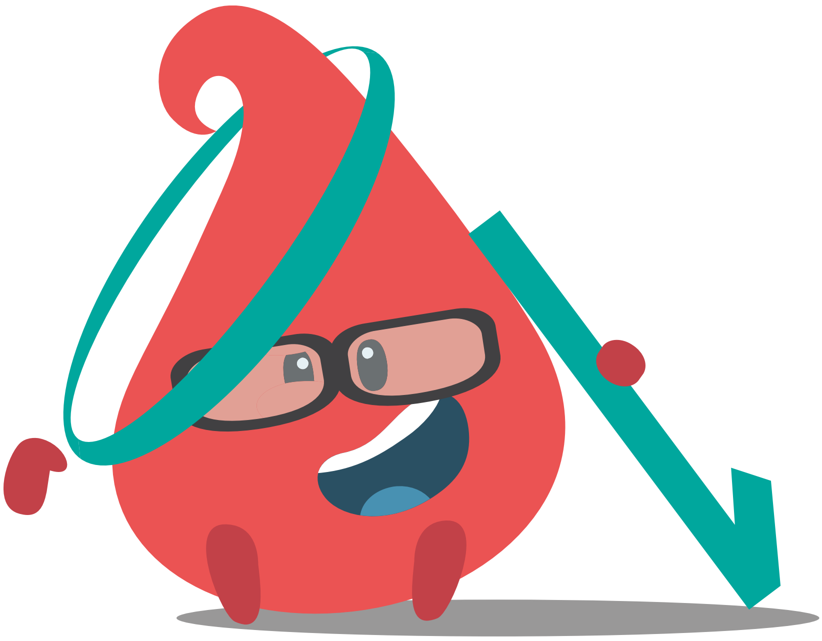
$$m_k . A_{k_z} = \Sigma F_{k_z} \quad \Rightarrow \quad m_k \ddot{z}_k$$

تستعمل لإيجاد مركبات التسارع الخطي

تستعمل لإيجاد معادلات الحركة
((المعادلات التفاضلية))

الغاية من حساب التسارع هي حساب القوة الفاعلة (الديناميكية) ومن ثم حساب قوى القيد





حركة الجسيم المادي المقيد على خط منحني

اكتب معادلات حركة الجسيم المادي المقيد وفق صيغة أويلر مع الرسم المتقن

عندما يكون الجسيم مقيد يدرس بواسطة ثلاثية فرينل

اتجاه المماس τ باتجاه تزايد الأقواس

المستوي الناظمي للمسار Mbn يقع فيه رد الفعل N_k ويتجه عمودياً على المنحني.

المستوي الملاصق: $M\tau n$ يقع فيه التسارع الخطي.

وبإسقاط طرفي العلاقة على جملة المحاور الإحداثية:

على المحور المماس: $m_k A_k^\tau = \Sigma F_{ka}^\tau \dots$

على المحور الناظم الرئيسي: $m_k A_k^n = \Sigma F_{ka}^n \dots$

المحور الناظم الثانوي: $m_k A_k^b = \Sigma F_{ka}^b \dots$

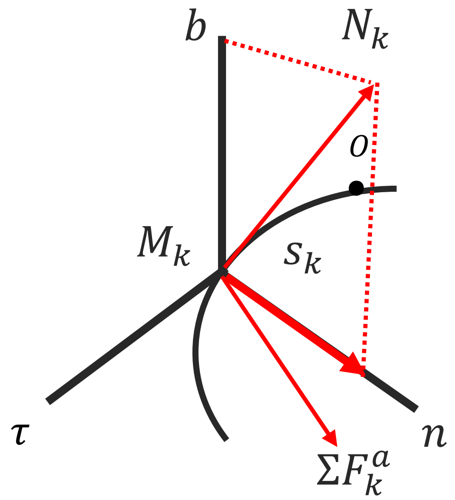
ومنه:

$$m_k . \ddot{s_k} = \Sigma F_{k_\tau}^a \quad 1 \qquad \Big| \qquad m_k . \frac{v_k^2}{\rho_k} = \Sigma F_k^a + N_k^n \quad 2 \qquad \Big| \qquad 0 = \Sigma F_k^a + N_k^b \quad 3$$

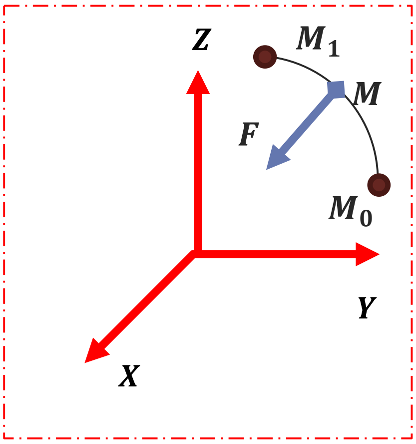
وهذه المعادلات الثلاث السابقة تدعى بمعادلات حركة الجسيم المقيد على مسار منحني وفق صيغة أويلر.

المعادلة الأولى لإيجاد معادلة الحركة

المعادلة الثانية والثالثة لإيجاد رد الفعل الناظمي التحريكي



الفصل الثاني : المبادئ العامة لتحريك الجسيم المادي.



جسيم مادي كتلته m يتحرك على مسار منحني من الوضع M_o إلى الوضع M_1 تحت تأثير القوة F بالنسبة لجملة محاور إحداثية ثابتة OXYZ

والمطلوب : عند الوضع العام للجسيم المادي في M الموضح في الشكل , مايلي :

☑ اكتب ماتعرفه عن دفع قوة تؤثر على جسيم مادي خلال فترة زمنية (التعريف – العلاقة – القيمة العددية حال القوة ثابتة – وحدة القياس – الاتجاه – المنحى)

✓ التعريف : الدفع الجزئي للقوة يعين مدى تأثير القوة خلال الفترة الزمنية الجزئية المتنهاية بالصغر dt .

✓ العلاقة : $d\vec{I}_k = \vec{F}_k * dt$

✓ القيمة العددية حال القوة ثابتة : $\vec{I}_k = \vec{F}_k * t_1$

✓ وحدة القياس : N.sec

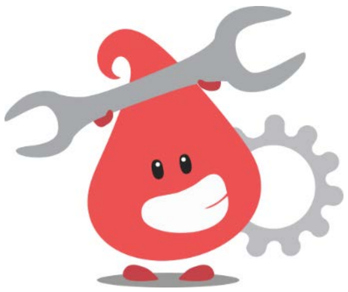
✓ الاتجاه : باتجاه القوة || المنحى : بمنحى القوة

☑ كيف تستخدم الدفع الجزئي للقوة للجسيم المادي في حل المسائل ؟

تستخدم على شكل إسقاط على محاور إحداثية متعامدة T(oxyz)

$$I_{kX} = \int_{t_o}^{t_1} F_{k_X} * dt \quad \Big| \quad I_{kY} = \int_{t_o}^{t_1} F_{k_Y} * dt \quad \Big| \quad I_{kZ} = \int_{t_o}^{t_1} F_{kZ} * dt$$

☑ عرف كمية الحركة الخطية لجسيم مادي واكتب علاقته و واحدته و اتجاهه



- التعريف : كمية حركة الخطية لجسيم مادي تساوي جداء كتلة الجسيم المادي بمتجه السرعة الخطية له.
- العلاقة : $\vec{q}_k = m_k * \vec{V}_k$
- واحدته : **kg.m/sec**
- اتجاه : من اتجاه V_k

☑ اكتب مبدأ الدفع وكمية الحركة لجسيم مادي ، واذكر نصها

$$\vec{q}_{1_k} - \vec{q}_{0_k} = \Sigma \vec{I}_k$$

وينص المبدأ على تغير الكمية الحركة لجسيم مادي خلال فترة زمنية ما يساوي إلى المجموع الهندسي لدفوع الكلية للقوى المؤثرة على هذا الجسيم في هذه الفترة الزمنية ذاتها.

ويمكن السؤال عن تغير كمية الحركة لجسيم مادي , واذكر نصه.

$$\vec{q}_{1_k} = \vec{q}_{0_k} + \Sigma \vec{I}_k$$

وينص الحصول على كمية الحركة النهائية للجسيم المادي بوساطة الجمع الشعاعي لكمية حركته الابتدائية و دفع القوى خلال الفترة الزمنية المدروسة.

كيف يستخدم مبدأ الدفع وكمية الحركة للجسيم المادي ومتى ؟

يستخدم على شكل إسقاط على محاور إحداثية متعامدة : **T(oxyz)**

$$q_{1_x} - q_{0_x} = \Sigma I_{k_x} \quad \Big| \quad q_{1_y} - q_{0_y} = \Sigma I_{k_y} \quad \Big| \quad q_{1_z} - q_{0_z} = \Sigma I_{k_z}$$

ويستعمل في الحالات :

– القوى المؤثرة في الجسيم المادي معلومة , وتكون ثابتة أو تعتمد على الزمن.

– المقادير المفروضة و المطلوبة تقتصر فقط على القوى المؤثرة ، وزمن الحركة الجسيم و السرعة و الابتدائية.

☑ اكتب ماتعرفه عن العمل الجزئي تؤثر على جسيم مادي خلال فترة زمنية (التعريف – العلاقة – القيمة العددية حال القوة ثابتة – وحدة القياس)

- التعريف : العمل الجزئي dw للقوة F_k : انتقال الجسيم المادي M_k انتقالاً جزئياً متناهياً في الصغر قدره dr_k ويساوي إلى الجداء القياسي للمتجهين dr_k , dF_k
- العلاقة الشعاعية : $dw = \vec{F}_k * d\vec{r}_k$
- القيمة العددية : $W_{M_0 \to M_1} = F_k^{\tau}(S_{1_k} - S_{o_k})$
- وحدة القياس : الجول = نيوتن * متر ⇐ **J = N*m**
- العمل كمية قياسية له إشارة وقيمة ودون اتجاه

#آينشتاين:

الغرور يتعارض مع العلم،

فكلما ازداد العلم قل الغرور

وكلما قل العلم ازداد الغرور.

عرف العمل الجزئي للقوة F إذا ما انتقل الجسيم المادي إزاحة جزئية واستنتج علاقة كل من عمل القوة ، والاستطاعة الآنية واذكر نص كل منهما موضحاً ذلك برسم متقن .

- التعريف : العمل الجزئي dw للقوة F_k : انتقال الجسيم المادي M_k انتقالاً جزئياً متناهياً في الصغر قدره dr_k ويساوي إلى الجداء القياسي للمتجهين dr_k , dF_k

- الاستنتاج :

$$dw = F * ds \Rightarrow W = \int F\, ds \Rightarrow F * S * \cos\alpha$$

$$OM = r\,,\;\; OM_1 = r_1 \Rightarrow r_1 = r + dr$$

ومن تعريف العمل الجزئي : $dw = \vec{F}_k * d\vec{r}_k$

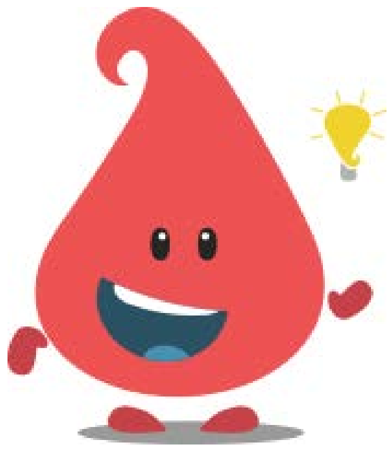
بتناهي dt إلى الصفر تتناهى M_1 إلى M_k
يتناهى طول الوتر Δr_k إلى طول القوس Δs_k
يتناهى طول القوس إلى طول الوتر

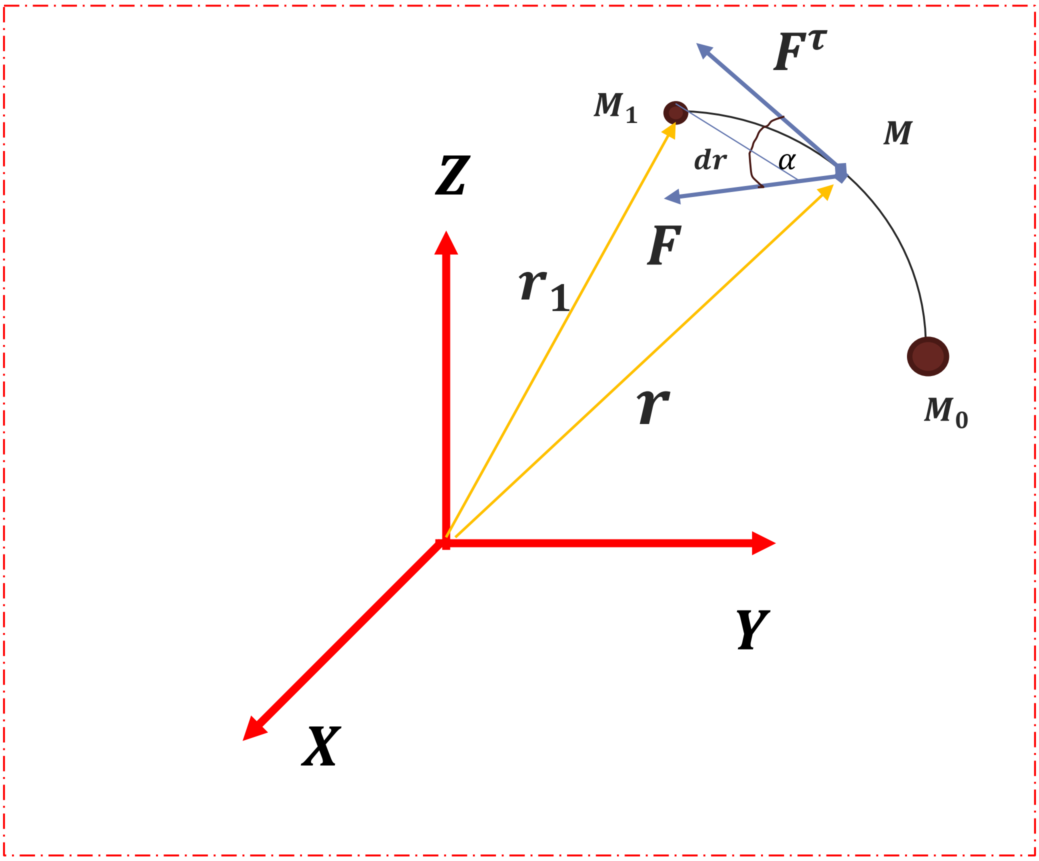
$$ds \approx dr \Rightarrow dw = F * ds * \cos\alpha$$

وبما أن القوى تتجه باتجاه التسارع الذي يمكن تحليله إلى مركبتين.
عمل مركبة القوة الناظمية معدوم لأنها لا تؤثر على مقدار السرعة.
عمل مركبة القوة المماسية : تغير مقدار سرعة الجسيم المتحرك .
ويكون العمل موجباً عندما تعمل القوة المماسية على تسارع الحركة.
ويكون العمل سالباً عندما تعمل القوة المماسية على إبطاء الحركة.

$$F^{\tau} = F * \cos\alpha \Rightarrow dw = F^{\tau} * ds$$

$$W = \int_{s_0}^{s_1} F^{\tau} * ds$$





ومن علاقة العمل نجد :

- يكون العمل موجباً " العمل محركاً $\leftrightarrow$ $\alpha < \frac{\pi}{2}$
- يكون العمل موجباً " العمل مقاوماً $\leftrightarrow$ $\alpha > \frac{\pi}{2}$
- يكون العمل معدوم " القوة عامودية على الانتقال" $\leftrightarrow$ $\alpha = \frac{\pi}{2}$

الاستطاعة الوسطية : $P_m = \frac{W}{t}$

الاستطاعة الآنية : $P = lim_{\Delta_t \to 0} \frac{\Delta W}{dt} = \frac{dw}{dt} = F^{\tau} * \frac{ds}{dt} = F^{\tau} * \frac{ds}{dt} = F^{\tau} * v$

اكتب علاقة عمل قوة الثقالة لجسيم مادي ، واذكر نصها , ومتى يكون العمل موجباً أو سالباً أو معدوم

$$W_{W_k} = \mp W_k * h_k$$

- حيث h_k تمثل الانتقال الشاقولي للجسيم M_k

وبالتالي نص علاقة عمل قوة الثقالة لجسيم مادي تساوي إلى جداء القوة بالانتقال الشاقولي للجسيم ؛ التي تؤثر عليه هذه القوة مأخوذة بإشارتها الموافقة , ولاعلاقة لعمل القوة الثقالة بشكل المسار ,الذي ينتقل عليه هذا الجسيم اي هي قوة محافظة .

- العمل سالب يكون موضع M_1 على سوية أعلى من سوية M_0
  كان إزاحة الانتقال $\Delta z_{o1k} < 0$
- العمل موجب يكون موضع M_0 على سوية أعلى من سوية M_1
  كان إزاحة الانتقال $\Delta z_{o1k} > 0$
- العمل معدوم يكون موضع M_0 على سوية من سوية M_1
  كان إزاحة الانتقال $\Delta z_{o1k} = 0$

اكتب علاقة عمل قوة مرونة نابض ، واذكر نصها , ومتى يكون هذا العمل موجباً أو سالباً أو معدوم.

$$W_{F_{k(M_0 \to M1)}} = \frac{k}{2}\left(\Delta l_{in}^2 - \Delta l_{fin}^2\right)$$

وبالتالي نص عمل قوة المرونة النابض : يساوي إلى نصف حاصل جداء ثابت المرونة k بالفرق بين مربعي الاستطالة الابتدائية ، و الاستطالة النهائية للنابض المرن.

- يكون العمل موجباً : $|\Delta l_{in}| > |\Delta l_{fin}|$ || يكون العمل معدوماً
- يكون العمل سالباً : $|\Delta l_{in}| < |\Delta l_{fin}|$ || $|\Delta l_{in}| = |\Delta l_{fin}|$

☑ اكتب ماتعرفه عن الطاقة الحركية للجسيم مادي خلال انتقال ما (التعريف – العلاقة – القيمة العددية– وحدة القياس)

- التعريف : هي كمية قيّاسية ويساوي إلى جداء كتلة الجسيم بمربع سرعته الخطية
- العلاقة : $E_k = \frac{1}{2} m_k V_k^2$
- القيمة العددية : موجبة دائماً : أي لا تأثير لاتجاه حركة الجسيم المادي على إشارته وواحدته.
- وحدة القياس : نيوتن * المتر

☑ اكتب علاقة تغير الطاقة الحركية لجسيم مادي ، واذكر نصها.

$$E_k^1 - E_k^0 = +\sum w_{M_0 \to M_1}$$

التغير في الطاقة الحركية لجسيم مادي ؛ خلال انتقال ما يساوي إلى المجموع الجبري لأعمال القوى المؤثرة على هذا الجسيم خلال هذا الانتقال.

⮰ يمكن كتابته على الشكل الآخر في حال طُلب :

☑ اكتب مبدأ العمل و الطاقة الحركية لجسيم مادي ، واذكر نصه.

$$E_k^1 = E_k^0 + \sum w_{M_0 \to M_1}$$

الطاقة الحركية لجسيم مادي عند أي وضع تساوي إلى المجموع الجبري إلى الطاقة الحركية عند الوضع الابتدائي و أعمال القوى المؤثرة على هذا الجسيم المادي خلال ذات الانتقال.

الهدف الذي لا يوجد وقت محدد لتنفيذه

هو مجرد حلم .. لا أكثر.

☑ كيف يستعمل مبدأ العمل والطاقة الحركية ومتى ؟

يستعمل بشكل تعويض مباشر.

ويستعمل في احدى الحالات:

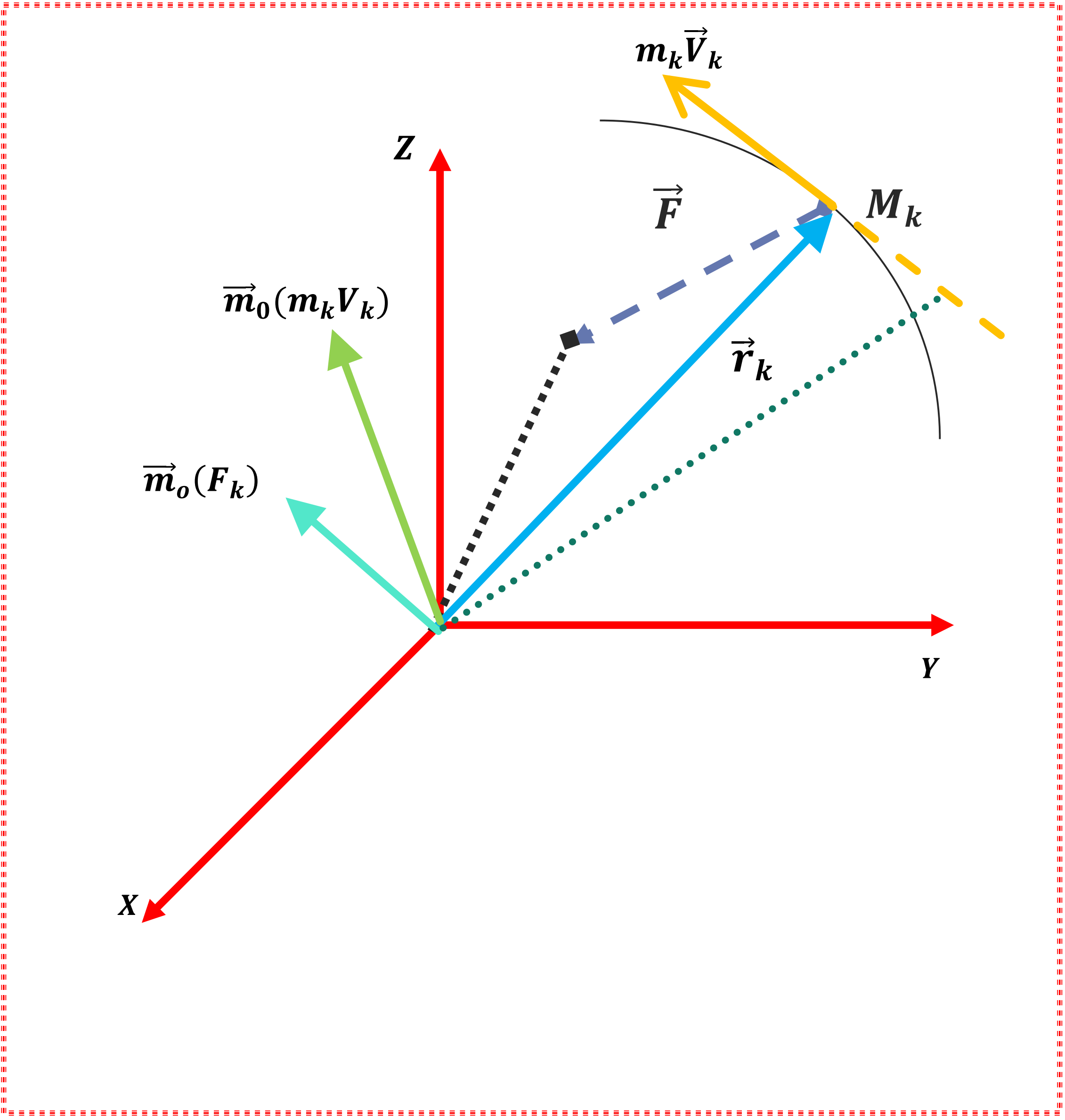
- ✓ القوى المؤثرة على الجسيم كلها معلومة , وتكون ثابتة أو تعتمد على المسافة فقط.
- ✓ المقادير المفروضة أو المطلوبة تقتصر على القوى المؤثرة ، ومقدار انتقال الجسيم المادي ، و السرعة الابتدائية والنهائية له.

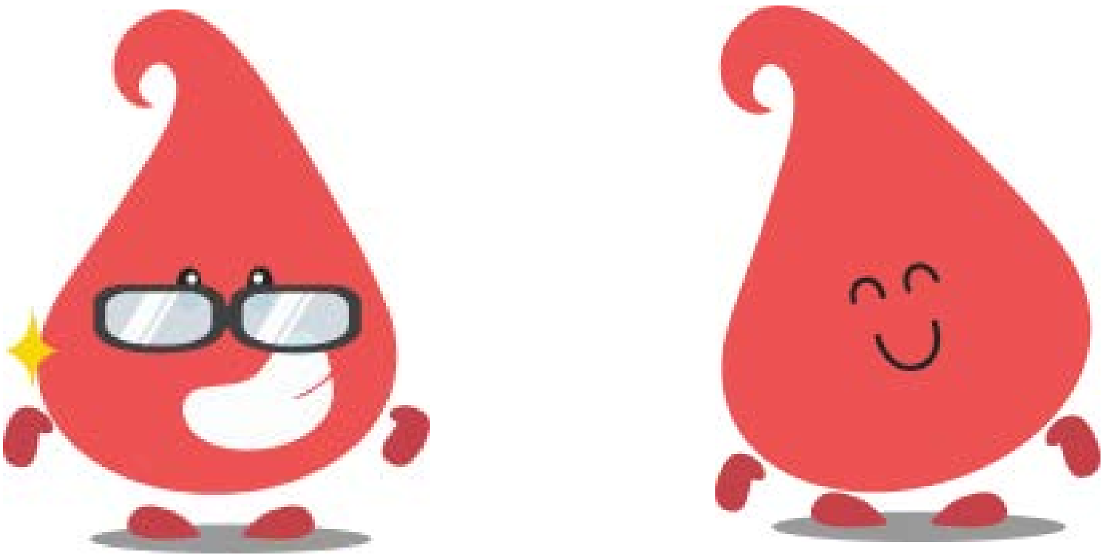
☑ عرف العزم الحركي للنقطة المادية بالنسبة للنقطة المادية الثابتة o واكتب علاقته ، وحدد متجهه بإيجاد القيمة العددية ، منحاه ، الجهة ، نقطة التأثير , واحدتها المطلقة , موضحاً ذلك برسم متقن.

- ✓ التعريف : عزم كمية الحركة للجسيم المادي M_k بالنسبة للنقطة O ثابتة
- ✓ العلاقة: $\vec{m}_o = \vec{m}_o(\vec{q}_k) = O\vec{M}_k \wedge m_k\vec{V}_k$
- ✓ القيمة العددية بالطريقة المباشرة :

$$m_o = m * v * OM \sin\theta = m * v * h$$

- ✓ منحى العزم يكون عمودياً على مستوى المتجهين q_k, r_k
- ✓ الجهة : بتطبيق قاعدة حركة اليد اليمنى : حيث الأصابع بجهة السرعة ويشير الإبهام إلى العزم الحركي.
- ✓ نقطة التأثير : نقطة o
- ✓ الواحدة : $kg * m^2/sec$


$m_k\vec{V}_k$
Z
$\vec{F}$
M_k
$\vec{m}_0(m_kV_k)$
$\vec{r}_k$
$\vec{m}_o(F_k)$
Y
X



☑ أوجد علاقة المشتق بالنسبة للزمن للعزم الحركي للجسيم المادي حول النقطة المادية الثابتة o واذكر نصها .

$$\frac{d}{dt}\vec{K}_0 = \vec{m}_0(\Sigma\vec{F}_k)$$

إن مشتق العزم الحركي بالنسبة للزمن لجسيم مادي حول نقطة ثابتة يساوي إلى :

محصلة عزم القوة المؤثرة على هذا الجسيم بالنسبة للنقطة الثابتة.

☑ أوجد علاقة تغير العزم الحركي , واذكر نصها.

$$(\vec{m}_0)_{t_2} - (\vec{m}_0)_{t_1} = \int_{t_1}^{t_2} O\vec{M}_k \wedge \Sigma d\vec{I}_k$$

تغير العزم الحركي لجسيم مادي بالنسبة لنقطة ثابتة بين لحظتين t_2 , t_1 يساوي إلى :

تكامل عزم الدفوع الجزئية القوى المؤثرة على الجسيم المادي بين هاتين اللحظتين بالنسبة لنقطة ثابتة.

☑ ماذا يحصل إذا كانت عزوم القوة المؤثرة على الجسيم المادي حول النقطة الثابتة أو المحور معدومة

عزم كمية الحركة الجسيم
حول النقطة الثابتة أو المحور الثابت
يبقى ثابتاً بالمقدار والاتجاه

ملاحظة للفائدة :

في حال طُلب حول محور ثابت Δ

نضرب بشعاع $\vec{u}$ || نحول كل $\Delta \rightarrow o$

الفصل الثالث : الحركة النسبية لجسيم مادي.

☑ اكتب العلاقة الأساسية لتحريك نقطة المادية خلال حركتها النسبية واذكر حدودها وقارنها بالعلاقة الأساسية لتحريك النقطة المادية.

العلاقة الأساسية في التحريك في الحركة المطلقة : $m * \vec{A}_k^a = \Sigma \vec{F}_k^a$

العلاقة الأساسية في التحريك في الحركة النسبية : $m * \vec{A}_k^r = \Sigma \vec{F}_k^a + F_k^{ine} + F_k^{inc}$

من بحث الحركة لدينا $\vec{A}_k^a = \vec{A}_k^r + \vec{A}_k^e + \vec{A}_k^c$

$\vec{A}_k^r$ ← التسارع النسبي || $\vec{A}_k^e$ ← التسارع المكتسب || $\vec{A}_k^e$ ← تسارع كوريوليس

المقارنة بين العلاقتين : هو إضافة قوة عطالة كوريوليس و قوة عطالة المكتسبة إلى القوى المؤثرة على النقطة المادية خلال حركتها المادية.

التحديات هي ما يجعل الحياة جديرة بالسعي.

والتغلب عليها هو ما يجعل الحياة ذات معنى.

#تحفيز

عرف تسارع كوريوليس و اكتب علاقته و حدد كل من (القيمة – المنحى – الاتجاه – من أين ينتج) ومتى ينعدم ؟

✓ التعريف : هو تسارع ينتج من جداء الشعاعي للسرعة الزاوية المكتسبة بـ السرعة الخطية النسبية.

✓ العلاقة : $\vec{A}_k^c = 2\,\overrightarrow{\Omega_e} \wedge \vec{V}_k^r$

السرعة الخطية النسبية للجملة المتحركة $\vec{V}_k^r$ || السرعة الزاوية المكتسبة $\overrightarrow{\Omega_e}$

✓ القيمة العددية : $A_k^c = 2\,\omega_e * V^r * sin\alpha$

حيث الزاوية α بين $|\vec{V}_k^r \;|\; \overrightarrow{\Omega_e}|$

✓ المنحى : عمودي على كل من $\vec{V}_k^r,\ \overrightarrow{\Omega_e},$

✓ الاتجاه :وفق قاعدة اليد اليمنى حيث تشكل $\vec{V}_k^r, \overrightarrow{\Omega_e}, \vec{A}_k^c$ ثلاثية مباشرة.

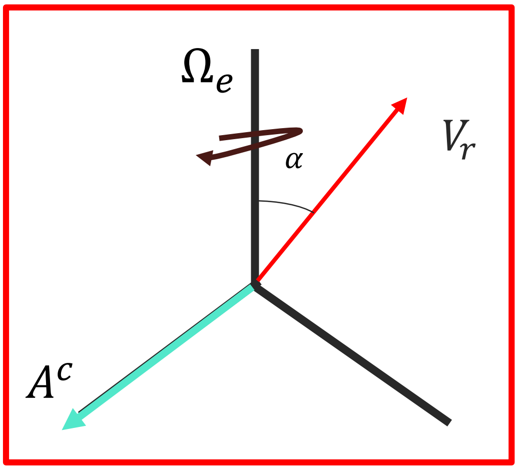
o من إسقاط $\mathbf{V_r}$ على مستوي عامودي على متجه $\overrightarrow{\Omega_e}$ ثم ندور المسقط بزاوية 90 من جهة الدوران $\overrightarrow{\Omega_e}$ فتحصل على اتجاه و منحى تسارع كوريوليس

✓ ينعدم إذا :

o تحركت الجملة حركة انسحابية بدلالة الجملة المطلقة $\leftarrow \overrightarrow{\Omega_e} = \vec{0}$

o إذا كان الجسيم المادي ساكنة بالنسبة للجملة المتحركة $\leftarrow \vec{V}_k^r = \vec{0}$

o تحركت الجملة حركة انسحابية منتظمة على مسار مستقيم بدلالة الجملة المطلقة $\leftarrow \overrightarrow{\Omega_e} = \vec{0}\ ,\ \vec{A}_k^e = 0$



اكتب ماتعرفه عن قوة عطالة كوريوليس , وماهي وجهتها , علاقتها

قوة عطالة كوريوليس : $\vec{F}_k^{in^c} = -(m_k) * \vec{A}_k^c = -2\, m_k(2\, \overrightarrow{\Omega_e} \wedge \vec{V}_k^r)$

الجهة : بعكس جهة تسارع كوريوليس

بما أن تسارع كوريوليس يعامد شعاع الزاوية المكتسبة وشعاع السرعى الخطية النسبية وبالتالي فإن تعامد المسار النسبي وبالتالي مسقطها على المماس معدوم فيصبح مسقط العلاقة الأساسية في الحركة النسبية على المماس :

$$m_k * \frac{dV_k^r}{dt} = \Sigma(F_k^a)^t + \left(F_k^{in}\right)^e$$

القراءة تكشف لنا آفاق المعرفة.

الفصل السادس : المبادئ العامة في تحريك الجملة الميكانيكية.

نعد جملة مؤلفة من n الجسيمات المادية , نختار منها جسيم M_k كتلته m_k حيث تؤثر عليه مجموعة من القوى الخارجية محصلتها $\Sigma\vec{F}_k^e$ ومجموعة من القوى الداخلية $\Sigma\vec{F}_k^i$ ؛ فإذا اكتسب الجسم المعتبر تسارعاً A_k والمطلوب :

☑ اكتب علاقة حركة مركز الكتل لجملة مادية , واذكر نصها

$$M * \vec{A}_G = \Sigma\vec{F}_k^e$$

يتحرك مركز كتل جملة مادية وكأنه جسيم مادي , طبقت فيه كتلة الجملة المادية بكاملها وخضع هذا الجسيم لتأثير القوى الخارجية على مختلف جسيمات الجملة المادية.

|| **M** كتلة الجملة || $\vec{A}_G$ متجه التسارع الخطي لمركز الجملة ||

|| $\Sigma\vec{F}_k^e$ مجموع القوى الخارجية على كافة الجسيمات المادية.||

تذكرة : مجموع القوى الداخلية في الجسم الصلب فقط معدومة في دراستنا

☑ لماذا نستخدم علاقة حركة مركز الكتل ؟ وكيف يتم استخدامه ؟

لنحصل على القوى الخارجية المؤثرة على مركز الكتل أو على التسارع الخطي لمركز الكتل :

ويستخدم على شكل معادلات تفاضلية لحركة مركز الكتل وذلك بالإسقاط على جملة محاور إحداثية متعامدة **T(oxyz)**:

$$M * \ddot{z} = \Sigma F_{k_z}^e \quad \Big| \quad M * \ddot{y} = \Sigma F_{k_y}^e \quad \Big| \quad M * \ddot{x} = \Sigma F_{k_x}^e$$

وذلك : لتعيين معادلة حركته بمعرفة القوى الخارجية ← معرفة مميزات الحركة

☑ متى نستخدم مبدأ حركة مركز الكتل ؟

✓ إذا تحركت الجملة المادية حركة انسحابية اكتسبت كافة أجزائها سرعات مسايرة لسرعة مركز الكتل , وفي هذه الحالة تؤول دراسة حركة الجملة إلى دراسة حركة مركز الكتل فقط .

✓ إذا تحركت الجملة حركة ما وكانت أوضاع مركز الكتل مختلفة فهي تكفي لتحديد الأوضاع المختلفة لهذا المركز.

✓ إذا كانت القوى الداخلية مجهولة يمكن تطبيق هذا المبدأ لتجاهله هذه القوى.

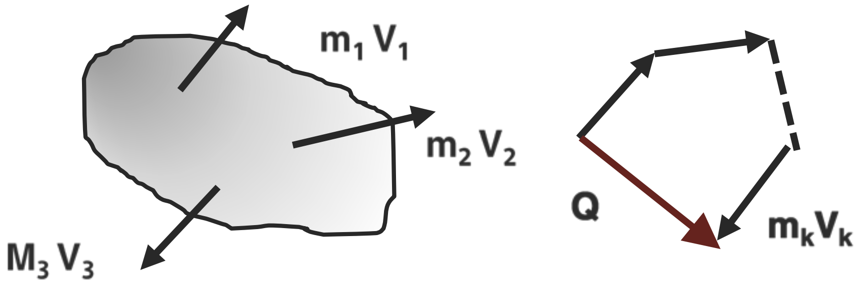
عرف كمية الحركة الخطية لجملة مادية واذكر علاقتها ؟

هي المتجه **Q** المساوي للمجموع الهندسي لكمية حركات أجزاء الجملة **k**

$$\vec{Q} = \sum \vec{q_k} = \sum m_k \vec{V_k}$$

ملاحظة : ينعدم المتجه Q وذلك عندما يكون مضلع المتجهات $m_k V_k$ مغلقاً

نتيجة : متجه كمية الحركة الخطية لجملة مادية لا يميز تماماً حركة الجملة



☑ اكتب علاقة كمية الحركة لجسم صلب ؟ واذكر نصها ؟

$$\vec{Q} = M.\vec{V_G}$$

كمية الحركة لجملة ماديّة تساوي حركة مركز الكتلة تساوي إلى جداء الكتلة في مركز الكتل بمتجه السرعة هذا المركز.

Q كمية الحركة || M كتلة الجملة || V_G سرعة مركز الكتل

☑ اكتب علاقة مشتق كمية الحركة لجملة مادية ، واذكر نصها ، و كيف تستخدم ؟

$$\frac{d}{dt}\vec{Q} = \sum\vec{F}_{k}^{e}$$

إن مشتق كمية الحركة لجملة مادية بالنسبة للزمن يساوي إلى المجموع الهندسي للقوى الخارجية المؤثرة على الجملة المادية (نقاط الجسم).

❖ تستخدم في حل المسائل على شكل إسقاط على المحاور الإحداثية المتعامدة وبذلك ينتج :

$$\frac{d}{dt}Q_z = \sum F_{k_z}^{e} \quad | \quad \frac{d}{dt}Q_y = \sum F_{k_y}^{e} \quad | \quad \frac{d}{dt}Q_x = \sum F_{k_x}^{e}$$

☑ اكتب علاقة مبدأ تغير كمية الحركة لجملة مادية ، و اذكر نصها ، وكيف تستخدم ، متى تستخدم ؟

$$\vec{Q_1} - \vec{Q_0} = \sum\vec{I}_{k}^{e}$$

إنّ التغير بين كمية الحركة لجملة مادية خلال فترة زمنية محصورة بين t_1 و t_2 ويساوي إلى المجموع الهندسي لدفوع القوى الخارجية المؤثرة على هذه الجملة خلال الفترة الزمنية المفروضة.

كيفية الاستخدام : علاقة تستخدم في حل المسائل على شكل إسقاط على محاور إحداثية متعامدة T(oxyz) تنتج :

$$Q_{1z} - Q_{0z} = \sum I_{k_z}^{e} \quad | \quad Q_{1y} - Q_{0y} = \sum I_{k_y}^{e} \quad | \quad Q_{1x} - Q_{0x} = \sum I_{k_x}^{e}$$

اكتب علاقة مبدأ تغير كمية الحركة لجملة مادية ، اذكر نصها ، متى تستخدم ؟

$$\overrightarrow{Q_1} = \overrightarrow{Q_0} + \sum \overrightarrow{I}_k^e$$

كمية الحركة النهائية لجملة مادية تساوي إلى المجموع الهندسي لكمية الحركة الابتدائية ودفع كلي للقوى الخارجية المؤثرة على هذه الجملة , خلال الفترة الزمنية المفروضة.

يتم الاستخدام لـ دراسة حركة الوسط كالسوائل و الغازات و لتطبيقه يجب التخلص من القوى الداخلية.

☑ إذا انعدم المجموع الهندسي للقوى الخارجية المؤثرة على جسيم ما , فما هي كمية الحركة ، وكيف يتحرك مركز ثقله . ؟

$$\frac{d}{dt}\vec{Q} = \sum \vec{F}_k^e = 0 \Rightarrow d\vec{Q} = 0 \Rightarrow \vec{Q} = \vec{a} \Rightarrow \vec{Q}_0 = \vec{Q}_1$$

الجملة تحافظ على كمية الحركة.

$$M * \vec{A}_G = \Sigma \vec{F}_k^e = 0 \Rightarrow$$

$$\vec{A}_G = 0 : M \neq 0 \Rightarrow$$

$$\vec{V}_G = \vec{b} \Rightarrow$$

$$(\vec{V}_G)_0 = (\vec{V}_G)_1$$

يتحرك مركز الكتلة حركة مستقيمة منتظمة.

ملاحظة : في حال كانت الجملة ساكنة قبل تأثير القوى الخارجية بقي مركز الكتل ساكناً.

إذا أثرت مجموعة من القوى الداخلية والخارجية على أجزاء الجملة

وتتألف المجموعة من ثلاثة أجزاء كتلتها : m_1 , m_2 , m_3

والاحداثيات الابتدائية لمركز كتلتها بدلالة المحور OX : x_1 , x_2 , x_3 والمطلوب :

☑ اذكر مبدأ حفظ حركة مركز الكتل الجملة المادية ، واذكر نصها.

$$m_1 * \Delta x_1 + m_2 * \Delta x_2 + m_3 * \Delta x_3 = 0$$

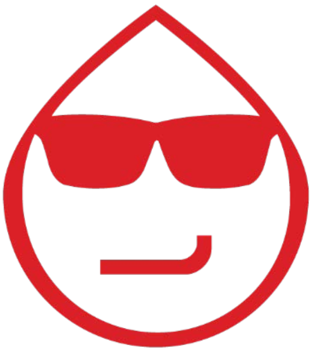
$$W_1 * \Delta x_1 + W_2 * \Delta x_2 + W_3 * \Delta x_3 = 0$$

المجموع الجبري لجداءات كتل أو أوزان أجسام المجموعة بمساقط انتقالاتها المطلقة لمركز كتلتها وفق المحور الاحداثي المعين يكون مجموعها معدوماً.

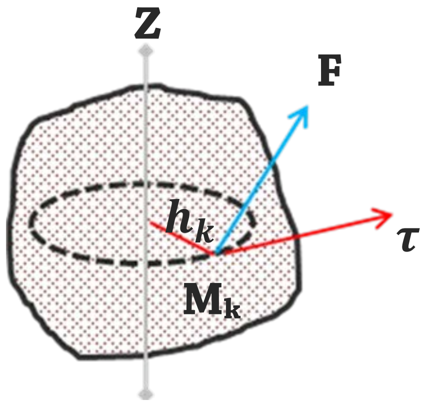
☑ لماذا نستخدم مبدأ حفظ مركز الكتل للجملة المادية ؟

- ✓ لمعرفة انتقال جزء من الجملة إذا أمكن معرفة انتقالات باقي أجزاء الجملة.
- ✓ لمعرفة سرعة الانتقالية لجزء من الجملة إذا أمكن معرفة تغير سرع انتقالات باقي أجزاء الجملة.

فائدة : يستخدم المبدأ حفظ مركز الكتل للجملة المادية في دراسة التصادم.



Viva RBCs ♥



لدينا جسم صلب كتلته M قابل للدوران حول محور ثابت Z يمر من مركز ثقله G ويمثل محور تناظر له ؛ يدور بسرعة زاوية قدرها ω تحت تأثير قوة F تؤثر في نقطة منه M_k تبعد عن محور الدوران مقدار h_k

والمطلوب :

☑ عرف العزم الحركي لجملة مادية ، واكتب علاقته.

العزم الحركي لجملة مادية بالنسبة لنقطة ثابتة **o** للجملة المادية هو :

مقدار متجهي $\vec{K}_o$ المساوي للمجموع الهندسي لعزم كمية الحركة الجسيمات الجملة المادية بالنسبة للنقطة **o**.

$$\vec{K}_o = \Sigma\vec{m}_o = \Sigma(O\vec{M}_k \wedge m_k * \vec{V}_k)$$

☑ اكتب علاقة العزم الحركي للجسم حول محور الدوران الثابت Z ، واذكر نصها.

$$K_z = I_z * \omega$$

العزم الحركي لجملة مادية بالنسبة للمحور **Z** يدور حول هذا المحور يساوي إلى :

جداء عزم العطالة حول هذه المحور بالسرعة الزاوية للدوران.

حالة خاصة اذا كان محور الدوران OZ ينطبق على محور تناظر الجسم الذي يمر من مركز الكتلة

$$K_O = K_Z = I_z * \omega$$

ملاحظة ع السريع ☺

الكتلة تمثل عامل عطالة الانسحاب || العزم يمثل عامل عطالة الدوران

☑ اكتب مبدأ العزوم لجملة مادية

أو

اكتب علاقة المشتق بالنسبة للزمن للعزم الحركي لجملة حول نقطة ثابتة O

واذكر نصها ، وكيف تستخدم ؟

$$\frac{d}{dt}\vec{K} = \Sigma\vec{m}_o(\vec{F}_k^e)$$

مبدأ العزوم لجملة المادية = المشتق للزمن للعزم الحركي المحصل لجملة مادية بالنسبة لنقطة ثابته o

يساوي حاصلة عزوم القوى الخارجية المطبقة على هذه الجملة بالنسبة للنقطة المفروضة

❖ وتستخدم بالإسقاط على محاور إحداثية متعامدة $T(oxyz)$ نحصل على :

$$\frac{d}{dt}K_x = m_x(\vec{F}_k^e) \quad \Big| \quad \frac{d}{dt}K_y = m_y(\vec{F}_k^e) \quad \Big| \quad \frac{d}{dt}K_z = m_z(\vec{F}_k^e)$$

☑ متى يكون العزم الحركي للجسم حول محور دوران ثابت ، وماهي حركة الجسم عندئذ ؟

وذلك إذا انعدم العزم المحصل للقوى الخارجية المؤثرة على الجسم بالنسبة للمحور.

$$\frac{d}{dt}K_z = m_z(\vec{F}_k^e) = 0 \Rightarrow K_z = I_z * \omega = const$$

أي أن الجسم الصلب المثبت بمحور يدور في هذه الحالة بسرعة زاوية ثابتة.

متى تستخدم مبدأ حفظ عزم كمية الحركة ؟

لتعيين السرعة الزاوية أو زاوية الدوران لجزء من الجملة بمعرفة سرعة إزاحة جزء آخر من الجملة أو مقدار هذه الإزاحة.

☑ عرف الطاقة الحركية لجملة مادية واكتب علاقتها.

الطاقة الحركية لجملة مادية هي مقدار سلمي قياسي موجب دوماً ولا تعتمد على اتجاه الحركة وواحداتها واحدة العمل أيّ الجول ؛ وتساوي المجموع الجبري لطاقات الحركة المختلفة لمختلف نقاط الجملة.

$$E_c = \sum E_k = \sum \frac{1}{2} m_k * V_k^2$$

☑ اكتب علاقة الطاقة الحركية للجسم فيما إذا تحرك حركة انسحابية , واذكر نصها ؟

$$E_{Trans}^{c} = \frac{1}{2} M * V_G^2$$

الطاقة الحركية في الحركة الانسحابية: تساوي إلى نصف جداء كتلة الجسم بعد فرض أنها مرّكزة في مركز كتلته بمربع سرعة هذا المركز , علماً أنها لاتعتمد على جهة الحركة الانسحابية.

☑ اكتب علاقة الطاقة الحركية للجسم فيما إذا تحرك حركة دورانية حول محور الثابت مار منه Δ , واذكر نصها ؟

$$E_{Rev}^{c} = \frac{1}{2} I_{\Delta} * \omega^2$$

الطاقة الحركية في الحركة الدورانية : تساوي إلى نصف جداء عزم العطالة الجسم حول محور الدوران بمربع السرعة الزاوية , علماً أنها لا تعتمد على اتجاه الدوران.

☑ اكتب علاقة الطاقة الحركية للجسم إذا تحرك حركة مستوية عامة واذكر نصها ؟

$$E^{c}_{Plane} = \frac{1}{2} M * V_G^2 + \frac{1}{2} I_\Delta * \omega^2$$

الطاقة الحركية في الحركة المستوية العامة : تساوي إلى الطاقة الحركية الانسحابية لمركز الكتل , حيث تركز كتلة الجملة **M** مضافاً لها الطاقة الحركية للجملة في دورانها حول محور يعامد مستوى الحركة الثابت **P** ويمر من مركز الكتل **G** .

☑ اكتب علاقة تغير الطاقة الحركية للجسيم , واذكر نصها ؟

$$E_c^1 - E_0^c = \Sigma w_k^e$$

إن تغير الطاقة الحركية لجسم صلب عند أيّ انتقال له ؛ يساوي إلى مجموع أعمال القوى الخارجية المؤثرة على هذا الجسم خلال هذا الانتقال.

☑ اكتب مبدأ العمل والطاقة الحركية لجملة مادية , واذكر نصها ؟

$$E_c^1 = E_0^c + \Sigma w_k^e$$

الطاقة الحركة لجملة مادية المتماسكة في الوضع النهائي يساوي إلى الطاقة الحركة للجملة في الواضع الابتدائي ؛ مضافاً إليه مجموع أعمال القوى الخارجية خلال انتقال الجملة.

☑ جسم يتحرك حركة انسحابية على مسار منحني تحت تأثير قوة F
اكتب علاقة ونص كل من عمل القوة و الاستطاعة الناتجة ؟

- إضافي - عرف الاستطاعة الآنية و ماهي واحدة الاستطاعة ؟

عمل القوة

- العلاقة : $dW = F * ds$
- النص : العمل الجزئي **dw** للقوة **F** إذا ما انتقل الجسيم إزاحة جزئية **ds** يساوي إلى الضرب القياسي للشعاعين **F** ، **dr**
حيث واحدة القياس الجول **Joul**

الاستطاعة

- العلاقة : $P = \frac{W}{t}$: **t** الزمن لإنجاز العمل
- النص : هي المقدار الذي يحدد عمل القوة المبذولة في واحدة الزمن فإن بُذل العمل بانتظام تسمى استطاعة وسطية

الاستطاعة الآنية

- العلاقة : $P = F_k^{\tau} * V_k$
- النص : هي مقدار سلمي ويساوي حاصل جداء المركبة المماسية للقوة بالقيمة العددية لسرعة الحركة (السرعة الخطية).
  - واحدة القياس : الواط **Watt**

إذا أردت أن تتنبأ بالمستقبل ، اصنعه.
|| بيتر دراكر ||

☑ جسم يتحرك حركة دوراني حول محور ثابت يمر منه تحت تأثير قوة F اكتب علاقة ونص كل من عمل القوة و الاستطاعة الناتجة ؟

☑ عمل القوة

☑ العلاقة: $W_{\Sigma F} = M_Z * \varphi$: $M_z = const$

☑ النص : مجموع عمل قوة مؤثرة على جملة قابلة للدوران يساوي إلى عزم دوراني حول محور نفسه بزاوية الدوران الناتجة عن هذه القوة.

☑ الاستطاعة

☑ العلاقة : $P = M_Z * \omega$

☑ النص : هي حاصل جداء العزم الدوراني للجسيم بالنسبة لمحور ثابت أو نقطة ثابتة بالسرعة الزاوية للجسم.

يا أيها الرجل المعلمُ غيرهُ

هلّا لنفسك كان ذا التعليمُ

دائماً: ابدأ بنفسك قبل الآخرين.

برهن أنَّ في الجسم الصلب مجموع أعمال القوى الداخلية معدومة

لدينا جسم صلب نأخذ نقطتين منه **B1 , B2**

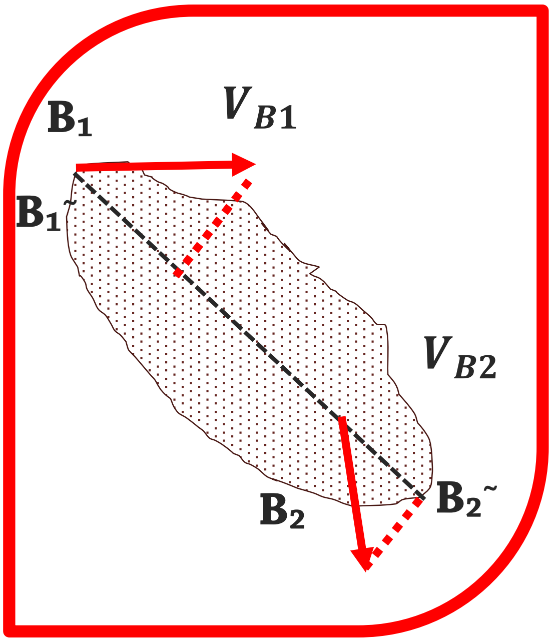
ومن خواص الجسم الصلب أن البعد ثابت بين النقطتين وأن مسقطي السرعتين

V_{B1} , V_{B2} متساويتين.

إن النقطة B_1 تؤثر في B_2 بقوة F_{12}

إن النقطة B_2 تؤثر في B_1 بقوة F_{21}

وحسب مبدأ الفعل ورد الفعل $F_{12} = F_{21}$ ومنه : حيث $\beta_2 = 180 - \beta_1$



$$W_{F^i_{12}} = \vec{F}^i_{12} * d\vec{r}_1 = F^i_{12} * dr_1 * \cos\beta_1 = F_{12} * B_1\tilde{B_1}$$

$$W_{F^i_{21}} = \vec{F}^i_{21} * d\vec{r}_2 = F^i_{21} * dr_2 * \cos\beta_2 = -F_{21} * B_2\tilde{B_2}$$

$$F_{12} * B_1\tilde{B_1} - F_{21} * B_2\tilde{B_2} = 0$$
$$0 = 0$$

ومنه نستنتج مجموع أعمال القوى الداخلية يساوي الصفر.

اجب بإختصار عن الاسئلة الموافقة لكل نص

1- مجموعة من القوى الخارجية تؤثر على جسم مادي

اذا انعم المجموع الهندسي للقوى الخارجية المؤثرة على جسيم اجب على

1-كيف يكون متجة كمية حركة الجسم

2-ماي حركة مركز كتل الجسم

3-كيف يكون مركز كتل الجسم اذا كان الجسم ساكن قبل تاثير القوى الخارجية

4-اذا انعدم مجموع مساقط القوى الجارجية المؤثرة على الجسم المذكور على المحور الاحداثي اجب عما يلي

-كيف يكون مسقط متجة كمية حركة الجسم على المحمور

-كيف تكون حركة مسقط مرك كتل الجسم على المحور

-اذا انعدم كا من مسقط كمية حركة الجسم و مسقط سرعة مركز الكتل على المحور فكيف يتحرك مركز كتل الجسم

إذا انعدم المجموع الهندسي للقوى الخارجية المؤثرة على الجملة المادية $\Sigma F_k^e = 0$

نستنتج أن :

$$d\overrightarrow{Q} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{Q} = \vec{a} \Longrightarrow \overrightarrow{Q_0} = \overrightarrow{Q_1}$$

$$A_G = 0 \Longrightarrow \overrightarrow{v_G} = \vec{b} \Longrightarrow (\overrightarrow{v_G})_0 = (\overrightarrow{v_G})_1$$

ومنه نستنتج أن حركة مركز الكتل مستقيمة منتظمة فإذا كانت الجملة ساكنة قبل تأثير القوى

الخارجية بقي مركز الكتل ساكنا

إذا كان مجموع مساقط المجموع الهندسي للقوى الخارجية المؤثرة على الجملة المادية معدومة وليكن ox

$$\Sigma\overrightarrow{F_{kx}^e} = 0 \rightarrow dQ_x = 0 \rightarrow Q_x = const \rightarrow (Q_x)_0 = (Q_x)_1$$

$$A_{Gx} = 0 \rightarrow v_{Gx} = const \rightarrow (v_{Gx})_0 = (v_{Gx})_1$$

وبالتالي مسقط متجه كمية الحركة على ox ثابت وكذلك مسقط سرعة مركز الكتل على المحور يبقى

ثابتا وبالتالي حركة الجسم على المحور ox مستقيمة منتظمة

إذا كان الجسم ساكنا قبل تأثير القوى الخارجية يكون :مسقط مركز الكتل يبقى ثابتا على ox

$$v_{Gx} = 0 \rightarrow x_G = const$$

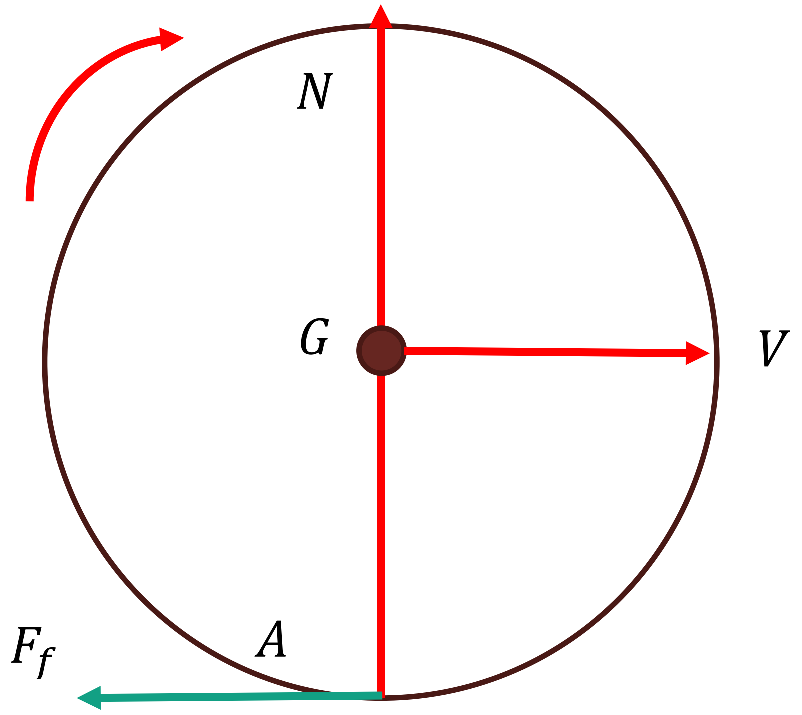
اذا الحركة تتم على مستوي عمودي على ox ويبعد بمقدار x_G

استخرج علاقة قوة عمل الاحتكاك المؤثرة على الجسم المتدحرج في حالة كون الجسم غير قابل للتشوة و حالة الجسم القابل للتشوة و اذكر نتائج موضح بالرسم

الحالة الأولى : الجسم غير قابل للتشوه :

العمل النوعي لقوى الاحتكاك : $dW_{F_f} = -F_f \, ds$ ولكن نقطة التماس هي المركز الآني للدوران $v_A = 0$ و بما أن $d\rho_A = v_A \, dt = 0 \Leftarrow dW_{F_f} = 0$

بالتالي حالة التدحرج دون انزلاق يكون عمل قوة الاحتكاك التي تعيق انزلاق الجسم معدوم في كل انتقال مفروض



الحالة الثانية :الجسم قابل للتشوه :

عندئذ تنشأ مقاومة تدحرج الناتجة عن تشوه السطوح بحيث يكون تلامس الجسمان على امتداد AB

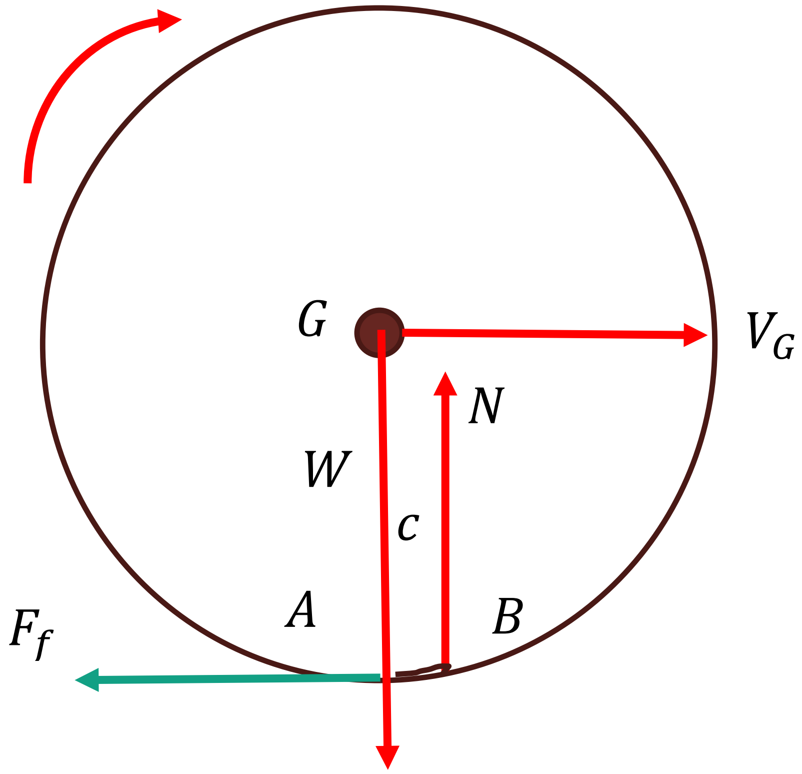
تنزاح تقطة تأثير قوة رد الفعل الناظمي مسافة C إلى B باتجاه معاكس لاتجاه تدحرج العجلة حيث تولد مزدوجة مؤلفة من N , w عزمها $C = c\,N$ حيث c مقدار خطي يدل على معهما الاحتكاك التدحرجي يقاس بواحدة الطول

زاوية دوران العجلة عند تدحرجها تساوي إلى $d\phi = \frac{ds_\phi}{R}$ بالتالي العمل المبذول لقوى مقاومة التدحرج أو قوى الاحتكاك الدوراني هو $dW = -c\,N\,d_\phi = -\frac{c}{R}\,N\,d_{s_G}$

إذه بقي رد الفعل الناظمي ثابتا فإن العمل الكلي لمقاومة الاحتكاك

$$W_c = -c\,N\,\phi = -\frac{c}{R}\,N\,s_G$$

فائدة : المقدار $\frac{c}{R}$ صغير جدا أمكن بتقريب إهمال قوى الاحتكاك الدوراني.



الفصل السابع : معادلات حركة الأجسام الصلبة في الحركة المستوية.

☑ ماهي المجموعة المكافئة للقوى الفعالة لجسم صلب يتحرك حركة

الحركة الانسحابية.

عندئذ تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة في جسيمات جسم يتحرك حركة انسحابية إلى قوة وحيدة تدعى بمحصلة القوى الفعالة ، تحدد علاقتها استناداً إلى مبدأ حركة مركز الكتل:

$$M * A_G = \Sigma F_k^e$$

وبالتالي ينص على : القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب الذي يتحرك حركة انسحابية تكافئ فقط محصلة القوى الفعالة الذي يمر من مركز الكتل , ومجموع عزمها حول مركز الكتل معدوم.

$$M_G^e = 0$$

الحركة الدورانية المركزية.

عندئذ تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة في الجسيمات يتحرك حركة دورانية مركزية إلى عزم وحيد حول محور دوران المار من مركز الكتل و العمودي على مستوى الحركة.

ويدعى محصل عزوم القوى الفعالة حول محور الدوران :

$$\overrightarrow{M_Z^e} = I_Z * \vec{E}$$

وتعني أن العزم الدوراني يساوي جداء عزم العطالة الجسم الصلب بالنسبة لمحور الدوران بالتسارع الزاوي.

الحركة المستوية العامة.

عندئذ تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة في جسيمات جسم يتحرك حركة مستوية عامة ، إلى قوة وحيدة MA_G تؤثر في مركز الكتل **G** و تمثل محصلة القوى الفعالة إلى وحيد $I_G\vec{E}$ حول محور الدوران الآني المار من مركز الكتل والعمودي على مستوى الحركة ويمثل محصلة عزوم القوى الفعالة حول هذا المحور.

$$M * \vec{A}_G = \Sigma F_k^e \quad | \quad I_G * \vec{E} = \vec{M}_G^e$$

الحركة الدورانية اللامركزية

عندئذ تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة في جسيمات جسم يتحرك حركة دورانية لامركزية حول محور ثابت لايمر من مركز كتله ومنه

$$M * OG * \varepsilon = \Sigma F_{k_\tau}^e \quad | \quad M * OG * \omega^2 = \Sigma F_{k_n}^e \quad | \quad I_o * \varepsilon = M_o^e$$

تذكر أن العزم في الحركة الدورانية حول نقطة من المحور الدوران وليست مركز الثقل..

"من اعتاد أن يوزع الورد..

سيبقى شيء من العطر بيده...

فما دمت تفعل الخير..

سيصلك أثره..

إن لم يكن في الدنيا..

فسيكون في الآخرة.."

☑ عندما تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة لجسم صلب يتحرك حركة انسحابية إلى قوة وحيدة فقط ؛ حدد (نقطة التأثير ، العلاقة ، القيمة العددية ، منحى ، اتجاه ، عدد المركبات ، معادلات الحركة)

✓ نقطة التأثير : مركز الكتل G

✓ العلاقة : $M * \vec{A}_G = \Sigma \vec{F}^e_k$

✓ القيمة العددية: $M * A_G$

✓ المنحى: من منحى A_G

✓ الاتجاه : من اتجاه A_G

✓ عدد المركبات : بقدر مركبات A_G

✓ المعادلات

$M * A_{G_x} = \Sigma F^e_{k_x}$ || $M * A_{G_y} = \Sigma F^e_{k_y}$ في حال المسار مستقيم

$M * A^\tau_G = \Sigma F^e_{k_\tau}$ || $M * A^n_G = \Sigma F^e_{k_n}$ في حال المسار محني

❖ متى تستخدم معادلات الحركة الانسحابية ؟

⇦ لإيجاد معادلات حركة الجسيم أو مميزات الحركة الخطية فيما إذا علمنا القوى الخارجية المؤثرة على الجسيم.

⇦ لإيجاد المحصلة العامة للقوى الخارجية المؤثرة على الجسيم ، فيما إذا علمنا معادلات الحركة.

التدريب الاحترافي يبصّرك بالطريق الصحيح ☺

في حياتك المهنية .. 💼

فاختر مدربك بعناية .. ✔

☑ عندما تؤول المجموعة المكافئة للقوى الفعالة لجسم صلب يتحرك حركة دورانية مركزية إلى عزم وحيد ؛ حدد (العلاقة ، القيمة العددية ، منحى , اتجاه اتجاه الدوران , معادلة الحركة)

✓ العلاقة : $\overrightarrow{M_G^e} = I_G * \vec{E}$

✓ القيمة العددية: $\varepsilon * I_G$

✓ المنحى : عمودية على المقطع العرضاني

✓ الاتجاه : وفق حركة اليد اليمنى

✓ اتجاه الدوران : باتجاه دوران ε

✓ المعادلات :

$$M_G^e = \varepsilon * I_G \;\Big|\; \Sigma F_{k_x}^e = 0 \;\Big|\; \Sigma F_{k_y}^e = 0$$

❖ لماذا تستخدم معادلات الحركة الدورانية المركزية ؟

⇦ لإيجاد معادلة حركة دوران الجسم الصلب أو مميزات الحركة الزاوية إذا علمنا العزم الدوراني حول محور الدوران

⇦ لإيجاد العزم الدوراني إذا علمت معادلة الحركة.

☑ ماذا يحصل في حال كان العزم الدرواني معدوم أو كان ثابت ؟

- إذا كان العزم الدوراني معدوم نتج أن $\varepsilon = 0$ ومنه ينتج $\omega = const$ الدوران ثابت.

- إذا كان العزم الدوراني ثابت نتج أن $\varepsilon = const$ الدوران متغير بانتظام ← $M_Z^e = \varepsilon * I_Z$

☑ ماهي معادلات الحركة للمجموعة المكافئة للقوى الفعالة لجسم صلب يتحرك حركة المستوية في حال كانت الحركة : غير مقيدة أو مقيدة , ادرس الحالتين.

- في حالة الحركة الغير مقيدة :

يمكن إيجاد التسارع الخطي و التسارع الزاوي بشكل مستقل لا يعتمد أحدهما على الآخر ، ونسقط علاقة القوة على محوري مستوي الحركة **XY** ونسقط علاقة العزم على محور الدوران **Z** العمودي على مستوى الحركة.

$$M * A_{G_x} = \Sigma F^e_{k_x} \quad \Big| \quad M * A_{G_y} = \Sigma F^e_{k_y} \quad \Big| \quad I_G * \varepsilon = M^e_G$$

- في حالة الحركة مقيدة :

يمكن إيجاد علاقة حركية بين التسارع الخطي و التسارع الزاوي , والتي تنتج بإسقاط علاقة القوة على المماس و الناظم الأساسي من الثلاثية المتحركة فرينيه.
وعلاقة العزم على محور الدوران **Z** العمودي على مستوى الحركة.

$$M * A^{\tau}_G = \Sigma F^e_{k_\tau} \quad \Big| \quad M * A^n_G = \Sigma F^e_{k_n} \quad \Big| \quad I_G * \varepsilon = M^e_G$$

❖ متى تستخدم معادلات الحركة المستوية ؟

⇦ إيجاد معادلات حركة الجسيم أو مميزات الحركة ، فيما إذا علمنا القوى الخارجية المؤثرة على الجسيم.

⇦ إيجاد الحاصلة العامة للقوى وعزمها المحصل بالنسبة للمحور الآني للدوران ، فيما إذا علمنا معادلات الحركة.

ملاحظة

النتائج صحيحة فقط في حالة الجسم متناظر بالنسبة للمستوي.
ولكن ! هذه النتائج ليست صحيحة في حالة الجسم الصلب ذي أبعاد الفراغية أو الغير متناظرة.

☑ ماهي معادلات الحركة للمجموعة المكافئة للقوى الفعالة لجسم صلب يتحرك حركة الدورانية اللامركزية , ثم عرف مركز الصدم ؟

$$M_G^e = I_G * \varepsilon \ | M_O^e = I_O * \varepsilon \ | M_K^e = 0$$

مركز الصدم : نقطة فريدة لجسم ما مع نقطة ثابتة ومجموع العزم حوله يساوي الصفر .

ما حركة النواس المركب اكتب علاقة دور النواس , استنتج وماذا يستفاد منه

تستخدم المعادلة التفاضلية لحركة دوران الجسم الصلب حول المحور المار من O

$$I_o . \ddot{\varphi} = M_o^e = -W . a \sin \varphi$$

الاشارة السالبة تدل على ان الدوران العكسي للقوة الفعالة في الجسم حول O

$\Delta\varphi > 0$ عزم سالب

$\Delta\varphi < 0$ عزم موجب

نفرض $k^2 = \frac{Wa}{I_o}$ نحصل على :

$$\ddot{\varphi} + k^2 \sin \varphi = 0$$

هذة المعادلة التفاضلية للنواس البسيط

اهتزاز النواس المركب يطابق النواس البسيط

في حال السعات الصغيرة $\sin \varphi \approx \varphi$

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0$$

وهي المعادلة التفاضلية للحركة التوافقية البسيطة (حركة النواس البسيط)

وحلها من الشكل $\varphi = \varphi_0 \cos kt$

لدينا النواس المركب دوره :

$$T_c = \frac{2\pi}{k} = 2\pi\sqrt{\frac{I_o}{Wa}}$$

ولدينا النواس البسيط $T_s = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

بالتساوي

$$l_1 = \frac{g.I_o}{Wa} = \frac{I_o}{m.a} = \frac{{l_0}^2}{a}$$

l_1: بعد مركز الدوران عن مركز الصدم او الاهتزاز

وفق علاقة هوجنس $I_o = I_G + Ma^2$

محور الدوران لا يمر من مركز الثقل

$$OK = l_1 = \frac{I_G + Ma^2}{Ma} = a + \frac{I_G}{Ma}$$

ok : دوما اكبر من oG

مركز الاهتزاز k للنواس المركب يقع دوما اسفل مركز الكتل G

$$OK = \frac{I_G}{Ma}$$

حساب دور النواس المركب

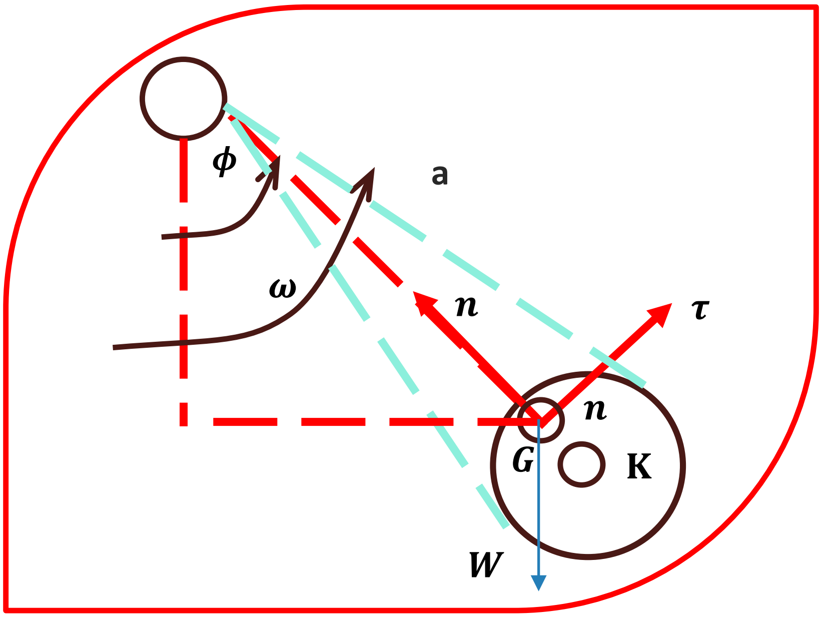
$$I_k = I_G + M(Gk)^2 = I_G + \frac{(I_G)^2}{Ma^2}$$

$$\rightarrow I_k = \frac{I_G}{Ma^2}(I_G + Ma^2) = \frac{I_G}{Ma^2} I_0$$

$$T_k = 2\pi\sqrt{\frac{I_k}{W(Gk)}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{W.a}}$$

وهو المطلوب

يستفاد منها في قياس تسارع الجاذبية الارضية g في اي مكان من سطح الكرة الارضية



ماهي الحالات المختلفة للتدحرج و الانزلاق ؟ مع شرح مختصر

➢ الحالة الأولى : تدحرج دون انزلاق

$$A_G = R.\varepsilon \ , \quad F_f \leq f_s.N$$

F_f : تمثل قوة الاحتكاك

f_s : معامل الاحتكاك السكوني

N : قيمة المركبة الناظمية لقوى الاتصال

فعندما يتدحرج قرص دون انزلاق لا توجد حركة نسبية بين نقطة في القرص I التي تمس الأرض و بين الأرض نفسها.

➢ الحالة الثانية : تدحرج على وشك الانزلاق

$$A_G = R.\varepsilon \ , \quad F_f = f_s.N$$

لكن قوة الاحتكاك F_f تصل إلى قيمتها العظمى عندما يكون الانزلاق وشيك الحدوث عند ذلك فقط يمكن الحصول على قوة الاحتكاك بدلالة N

- الحالة الثالثة : تدحرج مع انزلاق :

$$A_G \neq R.\varepsilon \ , \quad F_f = f_k.N$$

f_k : معامل الاحتكاك التحريكي

فعندما يتدحرج قرص و ينزلق بنفس الوقت تنشأ حركة نسبية بين نقطة في القرص **I** التي تمس الأرض و بين الأرض نفسها

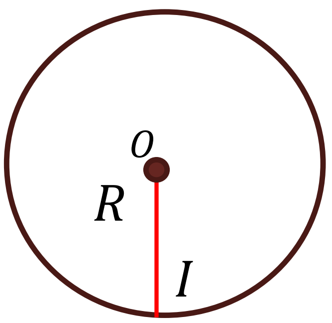
و بالتالي في هذه الحالة فقط فإن حركة **G** مركز كتل القرص و دوران القرص حول مركز كتلته يكونان مستقلان عن بعضهما البعض

$$A_G \neq R.\varepsilon$$

اكتب نص عزم عطالة الجسم حول محور الدوران الآني المار من I بالتدحرج واكتب قانونها.

في الحركة المستوية العامة كحالة التدحرج تتم الحركة حول مركز أني للدوران ويعطى عزم عطالة قرص حول مركزه الهندسي بالعلاقة $I_O = \frac{1}{2}M.R^2$ وبنقل هذه العلاقة من المركز الهندسي إلى المركز الأني I نطبق علاقة هوجنس:

$$I_I = I_O + M.R^2 = \frac{1}{2}M.R^2 + M.R^2 = \frac{3}{2}M.R^2$$



الفصل التاسع : الاتزان التحريكي لجملة مادية.

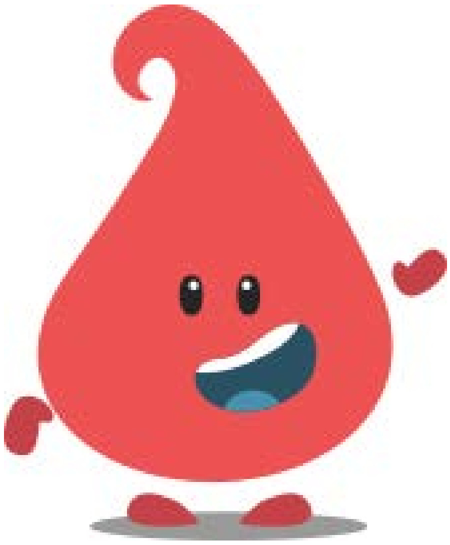
للجسيم المادي

نعد جسيماً مادياً M_k كتلته m_k يتحرك على منحى ثابت أو تحت تأثير مجموعة من القوى محصلتها $\sum F_k^a$ ويؤثر عليه القيد بقوة رد الفعل N_k

اذكر ماهي قوة دالمبير , وإلى ماذا يُرمز لها - علاقتها - قيمتها العددية - منحاها - اتجاهها - عدد مركباتها ؟

قوة دالمبير : القوة التي تقيس المقاومة التي يبديها الجسيم المادي عندما نحاول تحريكه إذا كان ساكناً أو يغير شروط حركته إذا كان متحركاً.

- قوة العطالة أو قوة العطالة أو قوة المعاكسة. يرمز لها : F_k^{in}
- علاقتها : $\vec{F}_k^{in} = -m_k \overrightarrow{A_k}$
- قيمتها العددية : $M_k A_k$
- منحاها : من منحى التسارع A_k
- اتجاهها : عكس اتجاه التسارع A_k
- عدد المركباتها : من مركبات A_k



اذكر مبدأ دالمبير في توازن الجسيم المادي , اذكر نصه ؟

$$\sum \overrightarrow{F_k^a} + \overrightarrow{N}_k + \overrightarrow{F_k^{in}} = \vec{0}$$

إذا اضفنا في كل لحظة **t** من لحظات الحركة للقوى الفاعلة و قوى القيد , قوة العطالة الجسيم وذلك كانت جملة القوى الناتجة متزنة في هذه اللحظة ويتزن الجسيم الخاضع لهذه القوى اتزاناً تحريكياً آنيّاً.

كيف يستخدم مبدأ دالمبير في حل المسائل للجسيم المادي؟

يستخدم عن طريق ثلاثية فرينيه المتحركة $M\tau nb$ مقيدة بالجسيم المادي.

وذلك عندها يكون الجسيم ساكناً بدلالة الثلاثية المقيدة به.

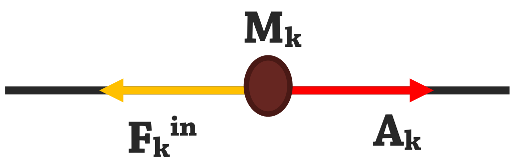
وثمَّ إيجاد القوة لتحويل العلاقة الأساسية في التحريك إلى علاقة توازن

كيف تحدد قوة دالمبير في الحالات الآتية :

في حال كانت حركة الجسيم المادي حركة مستقيمة بدلالة الجملة الساكنة ؟

في حال كانت حركة الجسيم المادي حركة منحنية مستوية بدلالة الجملة الساكنة ؟

• في حال حركة الجسيم المادي **Mk** بدلالة الجملة الساكنة حركة مستقيمة



كان منحى التسارع معلوماً.

- في حال حركة الجسيم المادي M_k بدلالة الجملة الساكنة حركة منحنية مستوية كان لإيجاد قوة العطالة أن نسقطها على المماس و على الناظم وذلك :

تمثل المركبة المماسية لقوة العطالة : المقاومة التي يبديها الجسيم المادي لتغير سرعته.

تمثل المركبة الناظمية لقوة العطالة : القوة الطاردة المركزية (ميل الجسيم المادي لترك مساره المنحني).

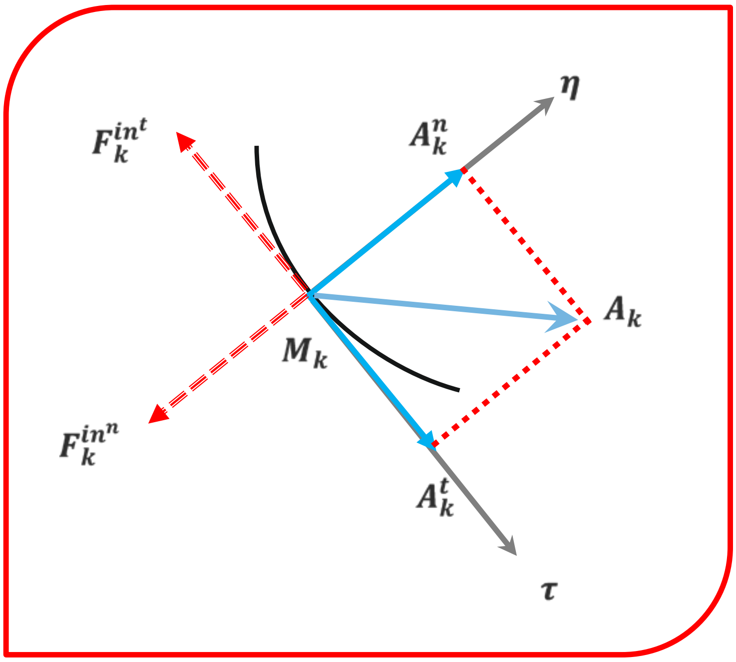
$$\overrightarrow{F_k^{in}} = -M_k * \overrightarrow{A_k}$$

بالإسقاط العلاقة على المماس :

$$F_k^{in^t} = -m_k * A_k^t = -m_k * \frac{dV_k}{dt}$$

وبالإسقاط على الناظم :

$$F_k^{in^t} = -m_k * A_k^n = -m_k * \frac{V^2}{\rho_k}$$



ماهي الشروط التي يمكن أن تنعدم احدى مركبات قوة العطالة للجسيم المادي ؟

في حالة : ابتدأ الجسيم المادي من السكون حيث سرعته الابتدائية معدومة

وتكون في هذه الحالة المركبة الناظمية معدومة $F_k^{in^n} = 0$

في حالة : تـــرك الجسيم المادي لسرعة ثابتة على طول مساره

وتكون في هذه الحالة المركبة المماسية معدومة $F_k^{in^\tau} = 0$

لماذا نستخدم أو - ما الغاية من استخدام - مبدأ دالمبير في حل المسائل للجسيم المادي ؟

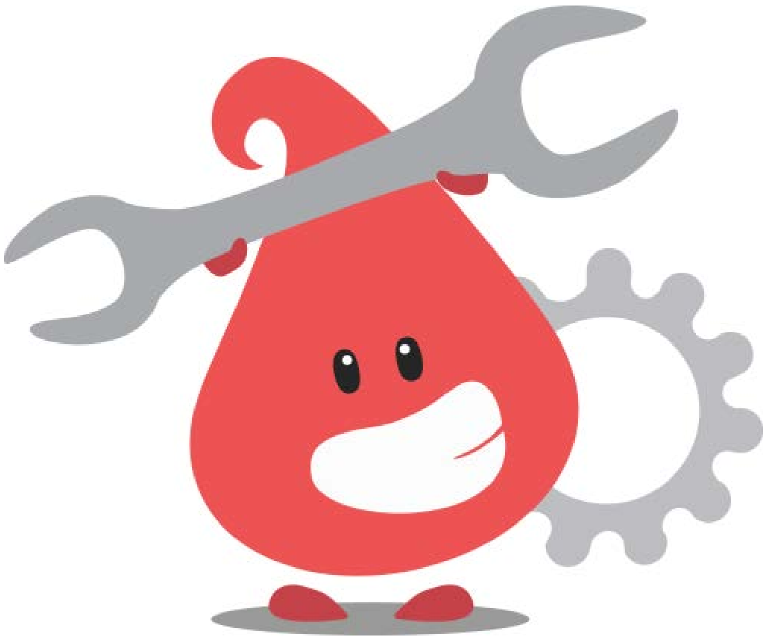
لحساب ردود الفعل القيد وذلك لحساب تسارع الجسيم المادي المتحرك

لحل مسائل التحريك من النوع الأول و التي يكون فيها المطلوب تعيين القوى المؤثرة على الجسيم المادي المتحرك إذا عُلم تسارعه.

دراسة تحريك الجملة الميكانيكية.

لحل مسائل الجسيم المادي الحر.

ويعد أهم غاية هي دراسة تحريك الجملة الميكانيكية.



للجملة المادية

جملة مادية متحركة مؤلفة من n جسيم مادي ؛ نختار جسيماً مادياً منها كتلته M_k

خاضعاً للقوى الخارجية و القوى الداخلية والتي تضم كلاً من القوى الفاعلة و ردود أفعال القيود ، وفي حال أضفنا للقوى المؤثرة على الجسيم المادي " قوة العطالة للجسيم المادي F_k^{in}"

☑ اذكر نص مبدأ دالمبير للجملة المادية واكتب علاقات التوازن الديناميكي للجملة. <سؤال دورة مكرر>

إذا أضفنا في كل لحظة **t** من لحظات الحركة للقوى الخارجية و القوى الداخلية المؤثرة على كل جسيم من جسيمات الجملة المادية ؛ بقوة عطالة موافقة لهذه الجسيمات؛ كانت جملة القوى المؤثرة على الجملة في حالة اتزان في هذه اللحظة. حيث **o** نقطة من الفراغ

$$\sum\left(\overrightarrow{F_k^{in}}+\overrightarrow{F_k^{e}}+\overrightarrow{F_k^{i}}\right)=\vec{0}$$

$$\sum\left(m_o(\overrightarrow{F_k^{in}})+m_o(\overrightarrow{F_k^{e}})+m_o(\overrightarrow{F_k^{i}})\right)=\vec{0}$$

☑ ماهي المجموعة المكافئة لقوى العطالة و اذكر نصها

- ✓ مجموع القوى الخارجية مؤثرة على جسيمات الجملة المادية و المتجه الرئيسي لقوى العطالة الناشئة في تلك الجسيمات تكون معدومة

$$\sum\overrightarrow{F_k^{e}}+\overrightarrow{R^{in}}=\vec{0}$$

- ✓ مجموع عزوم القوى الخارجية مؤثرة على جسيمات الجملة المادية لنقطة معينة من الفراغ **o** والعزم الرئيسي لقوى العطالة الناشئة في تلك الجسيمات تكون معدومة

$$\overrightarrow{M_o^{a}}+\overrightarrow{M_o^{in}}=\vec{o}$$

☑ ماذا تستنتج للمجموعة العطالة في الحركة الانسحابية مع ذكر العلاقات المناسبة وذلك في حال مسار مستقيم ، في حال مسار منحني . ؟

في الحركة الانسحابية للجسم الصلب ؛

$$\overrightarrow{A_G} \neq 0 \ , \ \vec{\omega} = 0 \to \Omega = 0 \to M_G^e = 0 \, , M_G^i = 0$$

مسار مستقيم ؛ $\to R^{in} = -\Sigma m_k * A_k = -M * A_G$

مسار منحني ؛ $R^{in^\tau} = -M * A_G^\tau \ , \ \to R^{in^t} = -M * A_G^\tau$

نستنتج أنَّ المجموعة العطالية في الحركة الانسحابية تؤول المجموعة إلى قوة محصلة فقط ممثلة بالاتجاه الرئيسي R^{in} ؛ الذي يؤثر في مركز كتل الجسم G .

☑ ماذا تستنتج للمجموعة العطالة في الحركة الدورانية المركزية مع ذكر العلاقات المناسبة .؟

في الحركة الدورانية المركزية ؛ $\overrightarrow{A_G} = 0 \ \& \ \vec{E} \neq 0$

- $\overrightarrow{R^{in}} = -\Sigma m_k * \overrightarrow{A_k} = M * \overrightarrow{A_G} = 0 : M \neq 0$
- $\overrightarrow{M_G^e} = I_G * \vec{E} \Rightarrow M_G^{in} = -I_G * \vec{E}$

نستنتج أنَّ المجموعة العطالية في الحركة الدورانية المركزية تؤول إلى ازدواج وحيد ممثل بالعزم الرئيسي المعاكس لاتجاه التسارع الزاوي للجسم .

هام جداً : انتبه على الكلمات التي أسفلها خط فهي ذو قيمة في الإجابة.

☑ ماذا تستنتج للمجموعة العطالة للقوى العطالية لجملة جسيمات مادية في الحركة المستوية العامة , مع ذكر العلاقات المناسبة . ؟

ليتحقق الاستنتاج يجب أن يكون الجسم الصلب يقبل مستوي تناظر .

في الحركة المستوية العامة ؛ $\overrightarrow{A_G} \neq 0 \;\&\; \overrightarrow{E} \neq 0$

- $\overrightarrow{R}^{in} = -M * \overrightarrow{A_G}$
- $\overrightarrow{M}^{in} = -I_G * \overrightarrow{E}$

تؤول المجموعة العطالية التي تتحرك حركة مستوية عامة إلى قوة ممثلة بالمتجه الرئيسي تساوي تقع في هذا المستوي و تؤثر في مركز كتل الجسم G , وإلى ازدواج بالعزم الرئيسي ينطبق على مستوي التناظر.

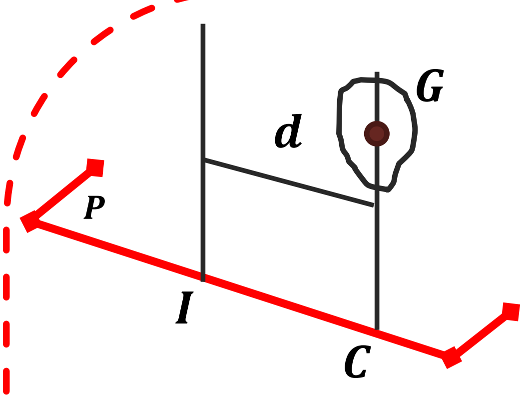
وفي نفس الأمر في الحركة الدورانية اللامركزية

☑ ما استخدامات مبدأ دالمبير في الجملة المادية. ؟

- ✓ في الحالة التي يطلب فيها تعيين ردود أفعال القيود المفروضة بمعرفة حركة المجموعة عند ذلك تستبعد جميع القوى الداخلية المجهولة في الدراسة.
- ✓ في الحالة التي يطلب فيها تحديد ردود أفعال القيود الداخلية يجب تقسيم المجموعة إلى عدة أجزء تكون ردود الأفعال المطلوبة بالنسبة إليها قوى خارجية .
- ✓ تكوين معادلات تفاضلية للحركة وذلك لتعيين تسارعات الأجسام المتحركة .

عرف المركز اللحظي للسرع لمقطع عرضاني عندما يتحرك حركة مستوية وبيّن شكل حركة المقطع العرضاني بالنسبة لهذا المركز وطريقة إيجاده واذكر أهم النتائج؟

المركز اللحظي : هي نقطة مشتركة بين جسمين أحدهما متحرك و الآخر ساكن فيكون الحركة النسبية للنقطة صفر.



ليست غايتك في الحياة فقط أن تكتشف نفسك،

بل ليكن هدفك أيضا أن تبني مجدك.

#تحفيز